# Mathématiques (180 periodes)

## PARTIE 1 : (90H)

## Objectifs généraux

L’enseignement de mathématiques doit:

Fournir aux étudiants les outils mathématiques nécessaires à l’ensemble des disciplines techniques.

Développer des capacités de raisonnement méthodique et de synthèse.

Développer la capacité de construction des modèles mathématiques relatifs à des cas pratiques.

Fournir aux étudiants une formation permettant le traitement des données et des résultats expérimentaux.

Module 1 : Algèbre linéaire

Chapitre 1   
Nombres complexes

### Objectifs

Au terme de ce chapitre, l’étudiant devrait être capable de :

– Identifier les nombres complexes.

– Exploiter les propriétés des nombres complexes dans des problèmes géométriques et physiques.

– Appliquer la théorie des nombres complexes en électronique.

### Contenu

2.1.1 Nombres complexes

2.1.1.1 Définition et propriétés des nombres complexes

2.1.1.2 Forme algébrique, trigonométrique et exponentielle des nombres complexes

2.1.1.3 Interprétation géométrique des opérations définies dans le système des nombres complexes

2.1.1.4 Racines énième de l'unité. Formules de Moivre et d'Euler

Chapitre 2   
Matrice et déterminants

### Objectifs

Au terme de ce chapitre, l’étudiant devrait être capable de:

– Appliquer les méthodes du calcul matriciel.

– Utiliser les déterminants pour calculer l'inverse d'une matrice.

– Appliquer les transformations élémentaires pour calculer l'inverse d'une matrice.

– Utiliser les propriétés des matrices orthogonales dans le plan et dans l'espace.

– Appliquer la diagonalisation des matrices carrées.

### Contenu

2.2.1 Matrice d'ordre (**n** x **m**)

2.2.1.1 Définition

2.2.1.2 Opérations définies sur l'ensemble de matrices: Somme de deux matrices de même ordre; opposée d'une matrice; multiplication d'une matrice par un nombre; matrice transposée d'une matrice; produit de deux matrices d'ordre (n x m) et (m x p)

2.2.1.3 Propriétés des opérations définies sur l'ensemble de matrices

2.2.2 Matrice carrée

2.2.2.1 Matrices régulières et singulières

2.2.2.2 Déterminant d'une matrice carrée

2.2.2.3 Règles de calcul des déterminants

2.2.2.4 Propriétés des déterminants

2.2.2.5 Règles de calcul de l'inverse d'une matrice carrée. Règle des transformations élémentaires

2.2.2.6 Diagonalisation des matrices carrées

2.2.3 Applications

2.2.3.1 Etude des matrices orthogonales d'ordre (2x2) et (3x3)

2.2.3.2 Méthode de Gauss de résolution des systèmes d'équations linéaires

Module 2 : ANALYSE

Chapitre 1  
Fonctions transcendantes usuelles

### Objectifs

Au terme de ce chapitre, l’étudiant devrait être capable de :

– Appliquer les propriétés des fonctions trigonométriques et trigonométriques inverses

– Utiliser les propriétés des fonctions logarithmiques.

– Utiliser les propriétés des fonctions exponentielles.

– Utiliser la fonction puissance y = x α, α ∈R, x > 0.

– Appliquer les propriétés des fonctions hyperboliques et hyperboliques inverses

### Contenu

1.1.1 Fonctions trigonométriques

1.1.2 Fonctions inverses des fonctions trigonométriques. Propriétés et représentation graphique

1.1.3 Fonction logarithme népérien

1.1.4 Propriétés de la fonction logarithme népérien

1.1.5 Limites de la fonction logarithme népérien

1.1.6 Etude et représentation graphique de la fonction y = Log x

1.1.7 Application à l'intégration des fractions rationnelles simples

1.1.8 Etude et représentation graphique de la fonction y = Log ax

1.1.9 Formule de changement de base. Logarithme décimal

1.1.10 Fonction exponentielle népérienne (y = ex)

1.1.11 Propriétés de la fonction exponentielle népérienne

1.1.12 Limites de la fonction exponentielle népérienne

1.1.13 Etude et représentation graphique de la fonction y = ex

1.1.14 Etude et représentation graphique de la fonction y = ax

1.1.15 Fonction puissance (y = xα, α ∈R, x > 0)

1.1.16 Etude de la croissance comparée

1.1.17 Propriétés (formules remarquables) et représentation graphique des fonctions hyperboliques: sh x, ch x, th x, cth x

1.1.18 Etude et représentation graphique des fonctions hyperboliques inverses: Argsh x, Argch x, Argth x, Argcth x

Chapitre 2   
Intégrales des fonctions d’une seule variable

### Objectifs

Au terme de ce chapitre, l’étudiant devrait être capable de :

– Intégrer une fonction d’une seule variable.

– Utiliser les intégrales définies et indéfinies.

– Exploiter la pratique d'approximation des intégrales définies.

– Utiliser les intégrales définies dans les applications géométriques et physiques.

### Contenu

1.3.1 Intégrale indéfinie

1.3.1.1 Définition et propriétés

1.3.1.2 Méthodes d'intégration (par parties et par changement de variable)

1.3.1.3 Intégrales indéfinies des certaines fonctions élémentaires : fractions   
rationnelles; fractions rationnelles de sinus et cosinus trigonométriques ou hyperboliques; certains types simples des fonctions irrationnelles (Racine carrée de ax2 + bx + c, avec b2 - 4ac < 0); transcendantes usuelles

1.3.2 Intégrale définie (de Riemann)

1.3.2.1 Définition, sens géométrique, somme intégrale

1.3.2.2 Conditions d'intégrabilité et propriétés générales de l'intégrale définie

1.3.2.3 Règles d'approximation de l'intégrale définie

1.3.2.4 Formule de Newton. Leibniz d'intégration

1.3.2.5 Inégalité entre les intégrales définies. Inégalité de Schwartz

1.3.2.6 Théorème de la moyenne

1.3.2.7 Changement de variable

1.3.3 Applications géométriques et physiques de l'intégrale définie

1.3.3.1 Calcul des aires planes et calcul des volumes de révolution

1.3.3.2 Calcul des aires des corps de révolution

1.3.3.3 Calcul des longueurs des arcs des courbes planes

1.3.3.4 Calcul des moments d'inertie et calcul des coordonnées des centres de masse

1.3.3.5 Calcul de la pression hydrostatique....

1.3.4 Notion d'intégrale impropre. Tests de convergence

Chapitre 3

equations Différentielles

### Objectifs

Au terme de ce chapitre, l’étudiant devrait être capable de :

− Appliquer la technique des équations différentielles.

− Utiliser les équations différentielles pour modéliser des problèmes concrets.

− Appliquer les méthodes de résolution approchée des équations différentielles.

− Utiliser les méthodes du calcul symbolique de Laplace pour résoudre des équations différentielles ordinaires.

− Utiliser la technique des séries pour résoudre des équations différentielles ordinaires.

### Contenu

1.4.1 Equations différentielles du premier ordre

1.4.1.1 Equations homogènes du premier ordre

1.4.1.2 Equations se ramenant aux équations homogènes

1.4.1.3 Equations linéaires du premier ordre : équations de Bernoulli

1.4.1.4 Equations aux différentielles totales. Equations se ramenant aux équations aux différentielles totales. Facteur intégrant

1.4.1.5 Equation de Clairaut et équation de Lagrange

1.4.1.6 Solution approchée des équations différentielles du premier ordre (méthode d'Euler)

1.4.1.7 Applications :

1.4.2 Equations différentielles d'ordre supérieur

1.4.2.1 Equations linéaires homogènes. Propriétés des solutions

1.4.2.2 Equations linéaires homogènes d'ordre n à coefficients constants

1.4.2.3 Equations linéaires non homogènes d'ordre n à coefficients constants

1.4.2.4 Equations linéaires non homogènes d'ordre n

1.4.2.5 Equation de Bessel. Application des séries à la résolution des équations différentielles

Chapitre 4   
Fonctions numériques de plusieurs variables

### Objectifs

Au terme de ce chapitre, l’étudiant devrait être capable de :

– Appliquer les propriétés des dérivées partielles et utiliser les théorèmes de dérivation dans le cas des fonctions multi variables

– Exploiter la pratique de la dérivation pour l'étude des courbes planes et des surfaces dans l'espace données sous forme implicite

– Exploiter la pratique de la différentiation et de la dérivation pour le calcul approché

### Contenu

1.4.1 Définitions des fonctions de deux et de trois variables

1.4.2 Domaines dans R2 et R3. Domaines ouverts et fermés. Lignes et surfaces de niveau

1.4.3 Limites des fonctions de deux et de trois variables. Propriétés (indépendance de la limite de la manière de tendance du point courant vers le point limite)

1.4.4 Continuité des fonctions de deux et de trois variables en un point et dans un domaine. Continuité des fonctions composées

1.4.5 Propriétés des fonctions continues en un point (somme de deux fonctions continues, produit d'une fonction continue par un scalaire, produit et quotient de deux fonctions continues)

1.4.6 Propriétés des fonctions continues dans un domaine fermé (Théorème des valeurs intermédiaires)

1.4.7 Dérivées partielles d'une fonction de deux ou trois variables. Sens physique et géométrique. Règles de calcul

1.4.8 Dérivées partielles d'ordre supérieur d'une fonction de deux ou trois variables

1.4.9 Extremums des fonctions multivariables (n = 2, 3). Conditions analytiques

1.4.10 Intégration des formes différentielles totales

1.4.11 Applications :

1.4.11.1 Equations des droites: tangente et normale en un point d'une courbe plane donnée implicitement par une relation de la forme f(x, y) =0

1.4.11.2 Equation du plan tangent et de la droite normale en un point d'une surface donnée implicitement par une relation de la forme f(x, y, z) = 0

1.4.11.3 Calcul approché et calcul des extremums

Module 3 : Géométrie analytique et vectorielle

Chapitre 1  
Courbes planes en coordonnées cartésiennes et polaires

### Objectifs

Au terme de ce chapitre, l’étudiant devrait être capable de :

– Appliquer le calcul différentiel pour l'étude et la représentation graphique des courbes données en coordonnées cartésiennes sous la forme : y = f(x)

– Appliquer le calcul différentiel pour l'étude et la représentation graphique des courbes données en coordonnées paramétriques et en particulier, polaires, sous la forme : ρ = ρ(θ)

### Contenu

3.1.1 Forme : y = y(x)

3.1.1.1 Repère cartésien

3.1.1.2 Etude de la concavité en un point d'une fonction deux fois dérivable. Points d'inflexion.

3.1.2 Etude et représentation graphique des courbes données en coordonnées polaires sous la forme : ρ = ρ(θ)

3.1.2.1 Définitions des coordonnées polaires.

3.1.2.2 Changement de coordonnées. Repère cartésien associé.

3.1.2.3 Equations de quelques courbes simples.

3.1.2.4 Tangente en un point à une courbe définie en coordonnées polaires par la relation :   
ρ = ρ(θ)

3.1.2.5 Points d'inflexion; Branches infinies; Points doubles; Points multiples

3.1.3 Courbes données sous forme paramétrique : Circonférence; ellipse; hyperbole; conchoïde; astroïde; cycloïde...

Chapitre 2   
Les opérateurs différentiels dans les champs scalaires et vectoriels

### Objectifs

Au terme de ce chapitre, l’étudiant devrait être capable de :

– Utiliser l'opérateur hamiltonien et les opérateurs différentiels: grad, div, rot.

– Utiliser la dérivée directionnelle.

### Contenu

3.4.1 Définition d'un champ scalaire (dans le plan et dans l'espace)

3.4.1.1 Lignes et surfaces de niveau

3.4.2 Définition d'un champ vectoriel (dans le plan et dans l'espace)

3.4.2.1 Champ vectoriel uniforme

3.4.3 Opérateur hamiltonien nabla ∇

3.4.3.1 Le gradient d'un champ scalaire U(x, y, z) : grad U, flux d’un vecteur.

3.4.3.2 La divergence d'un champ vectoriel : div F

3.4.3.3 Le rotationnel d'un champ vectoriel : rot F

3.4.3.4 Propriétés de grad, div et rot

3.4.3.5 Laplacien Δ

3.4.4 Dérivée directionnelle d'un champ scalaire. Propriétés

3.4.5 Applications : Les opérateurs grad, div, rot et Δ en coordonnées polaires, cylindriques, et sphériques.

**PARTIE 2 : (90)**

## Objectifs généraux

L’enseignement de mathématiques doit:

– Fournir aux étudiants les outils mathématiques nécessaires à l’ensemble des disciplines techniques.

– Développer des capacités de raisonnement méthodique et de synthèse

– Développer la capacité de construction des modèles mathématiques relatifs à des cas pratiques.

– Fournir aux étudiants une formation permettant le traitement des données et des résultats expérimentaux.

## Contenu

Chapitre 1

Séries

### Objectifs

Au terme de ce chapitre, l’étudiant devrait être capable de :

– Identifier une série.

– Utiliser les séries dans des problèmes concrets.

– Appliquer la méthode de développement en série entière et en série de Fourier trigonométrique.

### Contenu

1.3.1 Séries numériques

1.3.1.1 Définition. Somme d’une série. Convergence et divergence des séries numériques

1.3.1.2 Critère de Cauchy

1.3.1.3 Séries numériques à termes positifs. Tests de convergence de Cauchy, de D'Alembert, de comparaison. Test de comparaison avec les séries de la forme Σ (1/n)α (test de Riemann)

1.3.1.4 Séries numériques absolument convergentes

1.3.1.5 Tests de convergence des séries à termes quelconques. Extension de tests de Cauchy et de D'Alembert

1.3.1.6 Séries numériques alternées. Tests de Leibniz et de Dirichlet

1.3.1.7 Opérations sur les séries numériques

1.3.2 Séries entières

1.3.2.1 Définition. Convergence et divergence des séries entières

1.3.2.2 Théorème d'Abel et intervalle de convergence

1.3.2.3 Opérations sur les séries entières

1.3.2.3.1 Somme et produit de deux séries entières

1.3.2.3.2 Série dérivée et dérivation terme à terme de la série entière

1.3.2.3.3 Série primitive et intégration terme à terme de la série entière

1.3.2.4 Développement d'une fonction en série entière. Série de Taylor

1.3.2.5 Séries entières dans le domaine complexe. Cercle de convergence

1.3.2.6 Développement d'une fonction analytique à variable complexe en série entière. Série de Taylor dans le domaine complexe

1.3.3 Séries de Fourier (trigonométriques)

1.3.3.1 Séries de Fourier sur [-π,π]

1.3.3.1.1 Coefficients de Fourier d'une fonction définie sur [-π,π]

1.3.3.2 Séries de Fourier sur [-a, a]

1.3.3.3 Séries de Fourier sur un intervalle quelconque

1.3.3.3.1 Développement de fonctions paires et impaires

1.3.3.4 Convergence de la série de Fourier

1.3.3.5 Forme complexe de la série de Fourier

Chapitre 2

Transformations de Laplace et de Fourier

### Objectif

Au terme de ce chapitre, l’étudiant devrait être capable de:

− Utiliser les méthodes de transformation de Laplace pour résoudre des équations différentielles ordinaires.

### Contenu

1.5.3 Intégrale de Fourier

1.5.3.1 Transformée de Fourier

1.5.3.2 Transformée de Laplace. Définition, propriétés, table des images (images des fonctions: e-αt, sin αt, cos αt, sh αt, ch αt, sin βt e-αt , cos βt e-αt

1.5.3.3 Applications :

1.5.3.3.1 Equations différentielles de la théorie des circuits électriques

1.5.3.3.2 Equations différentielles de la théorie des oscillations

Chapitre 3   
Intégrales Multiples

### Objectifs

Au terme de ce chapitre, l’étudiant devrait être capable de:

– Intégrer une fonction de deux ou de trois variables.

– Utiliser les intégrales doubles et triples pour résoudre des problèmes physiques et géométriques.

– Utiliser les sommes intégrales dans le calcul approché.

### Contenu

1.1.1Intégrales doubles

1.1.1.1 Sommes intégrales et subdivisions d'un domaine fermé, borné et quarrable du plan

1.1.1.2 Interprétation géométrique de l'intégrale double

1.1.1.3 Conditions d'intégrabilité d'une fonction de deux variables dans un domaine fermé, borné et quarrable du plan

1.1.1.4 Règles de calcul de l'intégrale double à l'aide des intégrales simples répétées (théorème de Fubini)

1.1.1.5 Propriétés de l'intégrale double:

1.1.1.5.1 Linéarité de l'intégrale double

1.1.1.5.2 Intégrabilité sur la réunion de deux domaines disjoints

1.1.1.5.3 Inégalités des intégrales doubles

1.1.1.5.4 Théorème de la moyenne

1.1.1.6 Changement des variables dans l'intégrale double. Sens géométrique du jacobien

1.1.1.6.1 Intégrale double en coordonnées polaires

1.1.1.6.2 Calcul approché de l’intégrale double

1.1.1.7 Applications géométriques et physiques de l'intégrale double:

1.1.1.7.1 Calcul des aires des domaines plans

1.1.1.7.2 Calcul des volumes des domaines dans l'espace

1.1.1.7.3 Calcul des aires des surfaces dans l'espace

1.1.1.7.4 Calcul des masses et des coordonnées des centres de masse des figures planes

1.1.1.7.5 Calcul des moments d'inertie des figures planes

1.1.2 Intégrales triples

1.1.2.1 Sommes intégrales et subdivisions d'un domaine fermé, borné et cubable de l'espace

1.1.2.2 Interprétation géométrique de l'intégrale triple.

1.1.2.3 Conditions d'intégrabilité d'une fonction de trois variables dans un domaine fermé, borné et cubable de l'espace

1.1.2.4 Règles de calcul de l'intégrale triple à l'aide des intégrales simples répétées (théorème de Fubini)

1.1.2.5 Propriétés de l'intégrale triple:

1.1.2.5.1 Linéarité de l'intégrale triple

1.1.2.5.2 Intégrabilité sur la réunion de deux domaines disjoints.

1.1.2.5.3 Inégalités des intégrales triples

1.1.2.5.4 Théorème de la moyenne

1.1.2.6 Changement des variables dans l'intégrale triple. Sens géométrique du jacobien

1.1.2.6.1 Intégrale triple en coordonnées cylindriques et sphériques

1.1.2.7 Calcul approché de l'intégrale triple

1.1.2.8 Applications géométriques et physiques de l'intégrale triple

1.1.2.8.1 Calcul des volumes des domaines dans l'espace

1.1.2.8.2 Calcul des masses et des coordonnées des centres de masse des corps dans l'espace

1.1.2.8.3 Calcul des moments d'inertie des corps dans l'espace

Chapitre 4   
Intégrales Curvilignes et Intégrales de Surface : Analyse Vectorielle

### Objectifs

Au terme de ce chapitre, l’étudiant devrait être capable de:

– Utiliser les intégrales curvilignes et les intégrales de surface pour résoudre des problèmes physiques et géométriques.

– Appliquer : la formule de Green, la formule d'Ostrogradsky-Gauss et la formule de Stokes dans des problèmes concrets.

### Contenu

1.2.1 Intégrales curvilignes

1.2.1.2 Intégrale d’une forme différentielle

1.2.1.2.1 Définition, propriétés, et interprétation physique

1.2.1.2.2 Méthodes de calcul de l'intégrale curviligne

1.2.1.2.3 Cas d’une forme différentielle exacte

1.2.1.2.4 Détermination du potentiel scalaire

1.2.1.2.5 Facteurs intégrants

1.2.1.2.6 Formule de Green. Application aux calculs des aires planes

1.2.1.2.7 Conditions pour qu'une intégrale curviligne soit indépendante du trajet suivi

1.2.2 Intégrales de surface

1.2.2.1 Définition, propriétés

1.2.2.2 Méthodes de calcul

1.2.2.3 Relation avec l'intégrale double

1.2.2.4 Application: Masse et centre de masse d'une surface matérielle de densité donnée

1.2.3 Analyse vectorielle

1.2.3.1 Formule de Stokes. Forme vectorielle et interprétation physique

1.2.3.2 Formule de divergence (d'Ostrogradsky-Gauss). Interprétation physique. Champ solénoïdal (rotationnel)

1.2.3.3 Equation de Laplace

### Compétences spécifiques

− Intégrer une fonction de deux ou de trois variables.

− Calculer une intégrale curviligne.

− Calculer une intégrale de surface.

− Utiliser l’équation de Laplace.

− Etudier les séries numériques.

− Etudier les séries entières.

− Etudier les séries de Fourier.

− Intégrer des équations différentielles du premier ordre.

− Intégrer des équations différentielles d’ordre supérieur.

− Appliquer la transformation de Laplace.